

# Навигационно-пилотажные приборы ПНК



# Сроки

Время лекций: Четверг 15.40-17.15 (17.25 - 18.10)

Аудитория: 413ю

Лекция					
Пилотажно-навигационные Приборы ПНК	<i>Д.Т.Н. профессор Окоёмов Барит Николаевич</i>	01	10.02.2011	05	10.03.2011
		02	17.02.2011	06	17.03.2011
		03	24.03.2011	07	24.03.2011
		04	03.03.2011		
Глобальные спутниковые навигационные системы (ГСНС)/ Современные ПНК	<i>Братанов Дмитрий Александрович dm.bratanov@gmail.com</i>	л1	31.03.2011	л5	28.04.2011
		л2	<b>07.04.2011</b>	л6	12.05.2011
		л3	14.04.2011	л7	19.05.2011
		л4	21.04.2011	л8	26.05.2011
		дз	05.05.2011	<b>Зачет</b>	



# Лекция 2. Физические принципы СНС:

---

1. Доплеровский сдвиг частоты
2. Определение координат в СНС Transit и Timation
3. Псевдорасстояния
4. Синхронизация
5. Уравнения наблюдений



# Содержание курса ГСНС и современные ПНК

---

Цель курса – получить знания о глобальных спутниковых навигационных системах (ГСНС), моделях и вычислительных подходах используемых для высокоточного ГСНС позиционирования;

– получить опыт непосредственной работы с спутниковыми измерениями.

Домашнее задание – обработка сигналов СНС GPS в формате представления RINEX в среде MATLAB.

**Защита домашнего задания обязательна для допуска к зачету**



# Литература

---

1. E.D.Kaplan, C.J. Hegarty, Ed., Understanding GPS, Principles and Applications, Artech House, Boston, London, 2nd, Ed. 2006
2. P. Misra, P. Enge, Global Positioning System, Signal, Measurements, and Performance, Ganga-Jamuna Press, Lincoln, MA, 2001
3. Steven M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing – Estimation Theory, Prentice Hall, 1993 New Jersey
4. B.L.Stevens, F.L.Lewis, Aircraft control and Simulation, John Wiley & Sons, New York, NY
5. [www.insidegnss.com](http://www.insidegnss.com)



# Спутник. Начало.

1957 год международный геофизический год (МГГ, IGY)

## **Р-7 (Семёрка)**

- 15 мая - Первый старт
- 21 августа - Успешный старт
- 4 октября 1957 года – запуск 1-го Спутника

первый искусственный спутник Земли  
первый шаг в спутниковой навигации

- 3 ноября 1957 – запуск 2-го спутника

## **Vanguard (Авангард, США)**

- 23 октября – Первый старт
- 17 марта 1958 – запуск спутника «Grapefruit» 1,47 кг



Королёв С.П.  
1907-1966



Ракета Р-7 1-я МКБР:  
5,4 т./7000 км



# Эффект Доплера

Расстояние между двумя сферическими волнами от движущегося со скоростью  $v$  источника, рассчитанное в направлении  $\theta$

$$c\Delta t(\theta) = ct - \sqrt{(c(t - \Delta t') \sin \theta)^2 + (c(t - \Delta t') \cos \theta + v\Delta t')^2}$$
$$\simeq c\Delta t' - v\Delta t' \cos \theta.$$

$$\Delta t = t - t'$$

$t'$  – измерено в СК в которой источник неподвижен

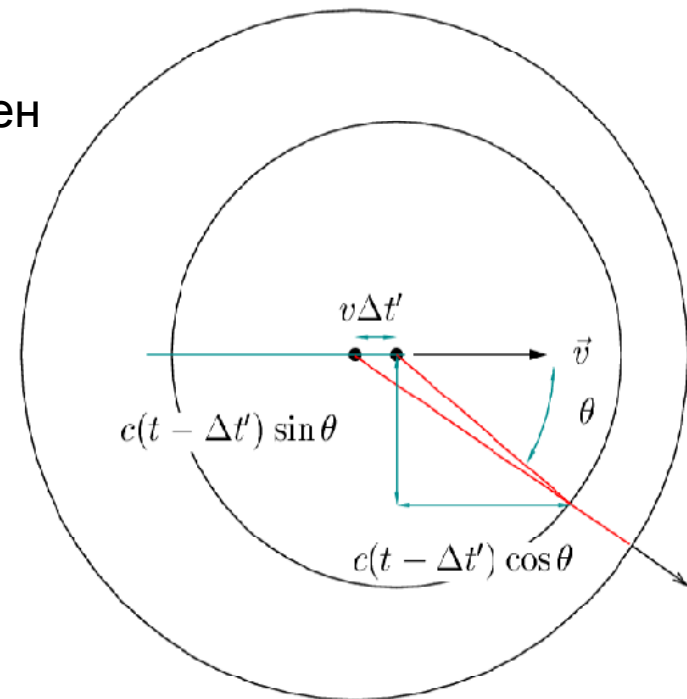
Доплеровский сдвиг частоты:

$$f_D = f - f' = \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c} f'$$

$n$  – единичный вектор, направленный от источника к наблюдателю

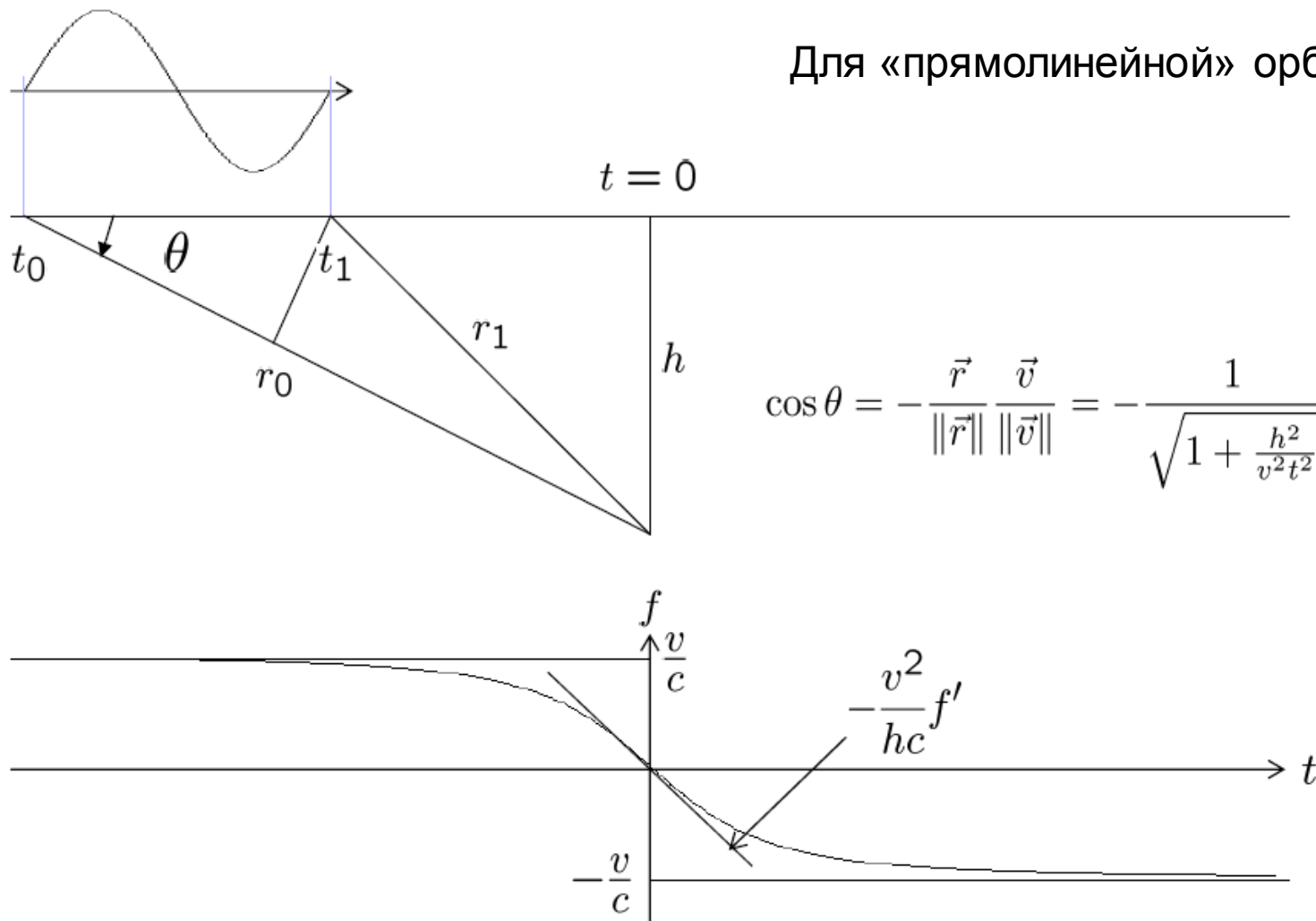
$v$  – относительная скорость движения источника [м/с]

$f'$  – частота источника [Гц]



# Эффект Доплера

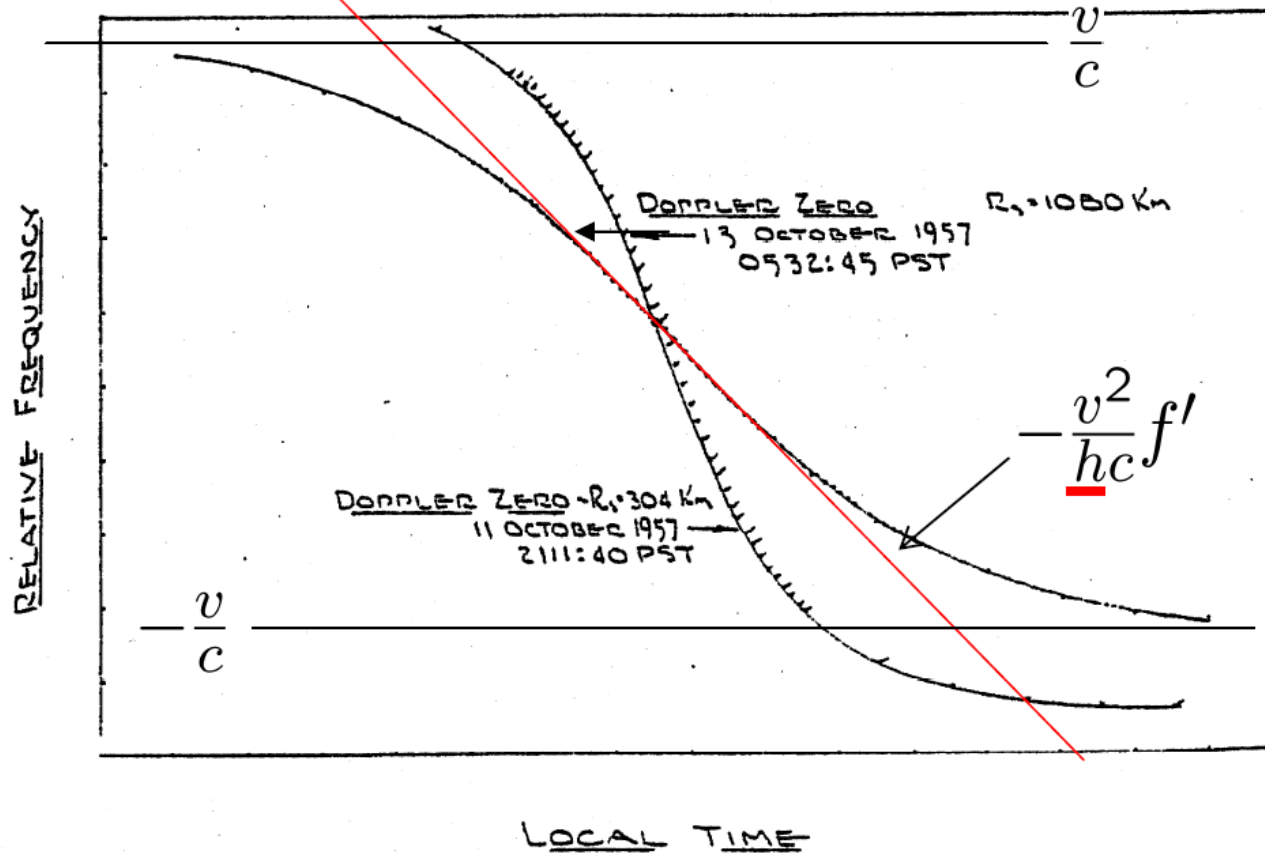
Для «прямолинейной» орбиты





# Эффект Доплера

Исторические наблюдения за орбитой Спутника 1 сделанные в MIT, Standford и John Hopkins University



Две записи доплеровского сдвига демонстрируют разность доплеровских кривых для различных расстояний прохождения до спутника



# Эффект Доплера. Пример

Дано:

$$R_3 = 6378137 \text{ км}$$

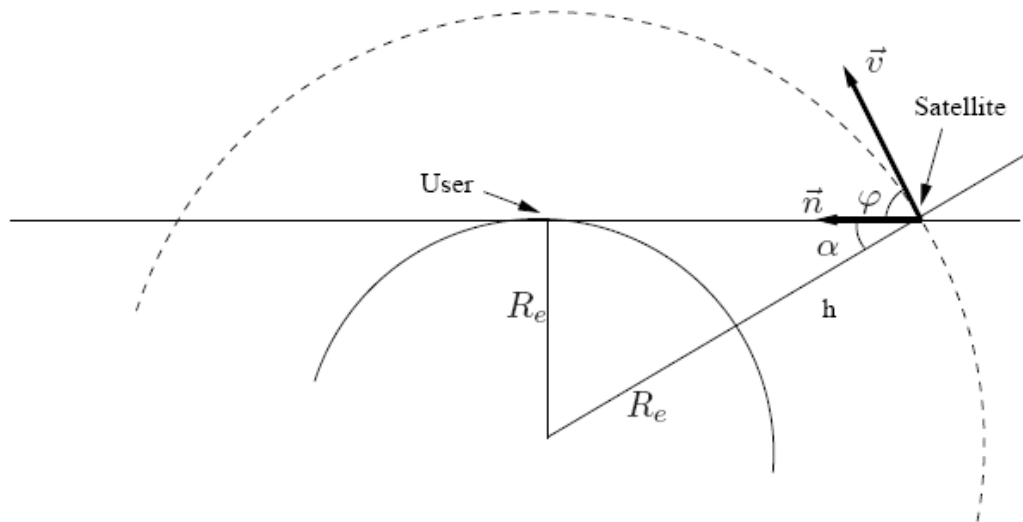
$$GM_3 = 398600,4415 \text{ км}^3/\text{с}^3$$

Высота орбиты спутника СНС Transit  $h = 1100 \text{ км}$

Частота модуляции передатчика  $400 \text{ МГц}$

На сколько изменится частота принимаемого земным наблюдателем сигнала, излученного передатчиком спутника СНС Transit, (когда «сдвиг» принимаемой частоты будет максимален, а когда минимален)?

Пренебречь скоростью вращения Земли и несферичностью формы Земли.



$$f_D = \frac{\|\vec{v}\| \cdot \|\vec{n}\| \cos \varphi}{c} f_c$$

$$\|\vec{v}\| = v_{Sat.} = \sqrt{\frac{GM}{R_e + h}} = 7.301 \text{ км/с}$$

$$\varphi = 90^\circ - \arcsin\left(\frac{R_e}{R_e + h}\right) \approx 31.47^\circ$$

$$f_D = \frac{v_{Sat.} \cos\left(90^\circ - \arcsin\left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)\right)}{c} f_c$$

$$f_{D, \max} = 8.308 \text{ kHz}$$



# СНС Timation

## Подход Side Tone Ranging

Излучаемая спутником сферическая волна:

$$A \frac{\cos\left[\frac{\omega}{c}(r - c(t - t_s))\right]}{r^2},$$

$r$  – дальность между Спутником и приемником;

$\omega$  – угловая частота транслируемого сигнала;

$t$  – время наблюдений;

$t_s$  – фазовое смещение относительно выбранного эталона времени.

Приемник демодулирует, используя:

$$\cos[\omega_u(t - t_u)],$$

$\omega_u$  – оценка приемника угловой частоты транслируемого сигнала  $\omega$ ;

$t_u$  – оценка смещения часов;

выход демодуляции можно записать так:

$$\frac{A}{2} \frac{\cos[kr - (\omega - \omega_u)(t - t_u) + \omega(t_s - t_u)]}{r^2} + \epsilon_A,$$

$$k = \omega/c$$

$\epsilon_A$  – амплитудный шум



# CHC Timation

Псевдорасстояние

$$|\rho = r + c(t_S - t_u) + \epsilon,$$

Фаза косинусной волны может быть разделена на  $N$  целых и  $\Phi$  дробных (фрактальных) частей:

$$\rho = \lambda(\Phi + N) + \epsilon.$$

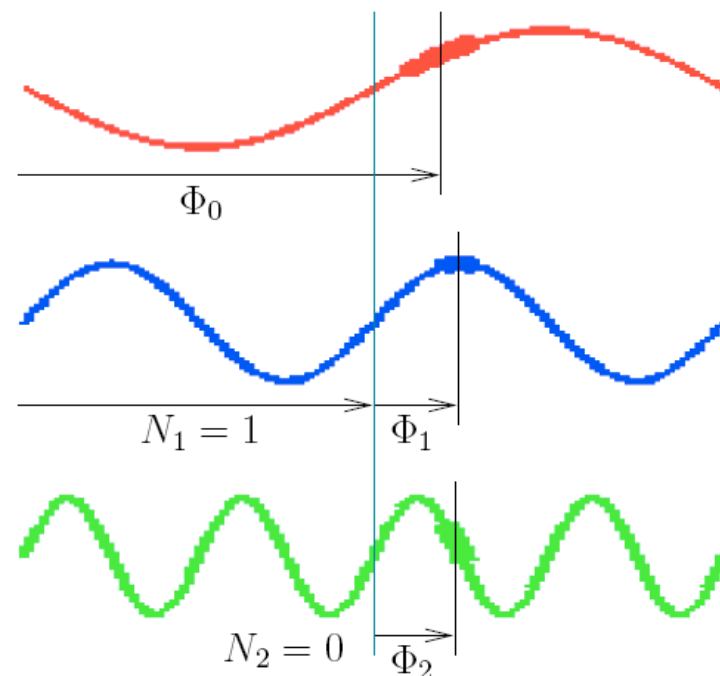
$\Phi$  – всегда измеряема

$N$  – требуется оценить

**Чем больше длина волны, тем меньше неопределенность  $N$ , но тем больше шумы и меньше точность.**

STR сигналы CHC Timation – семейство несущих гармоник с частотами **100 и 300 Гц, 1, 3, 10, 30 и 100 кГц**

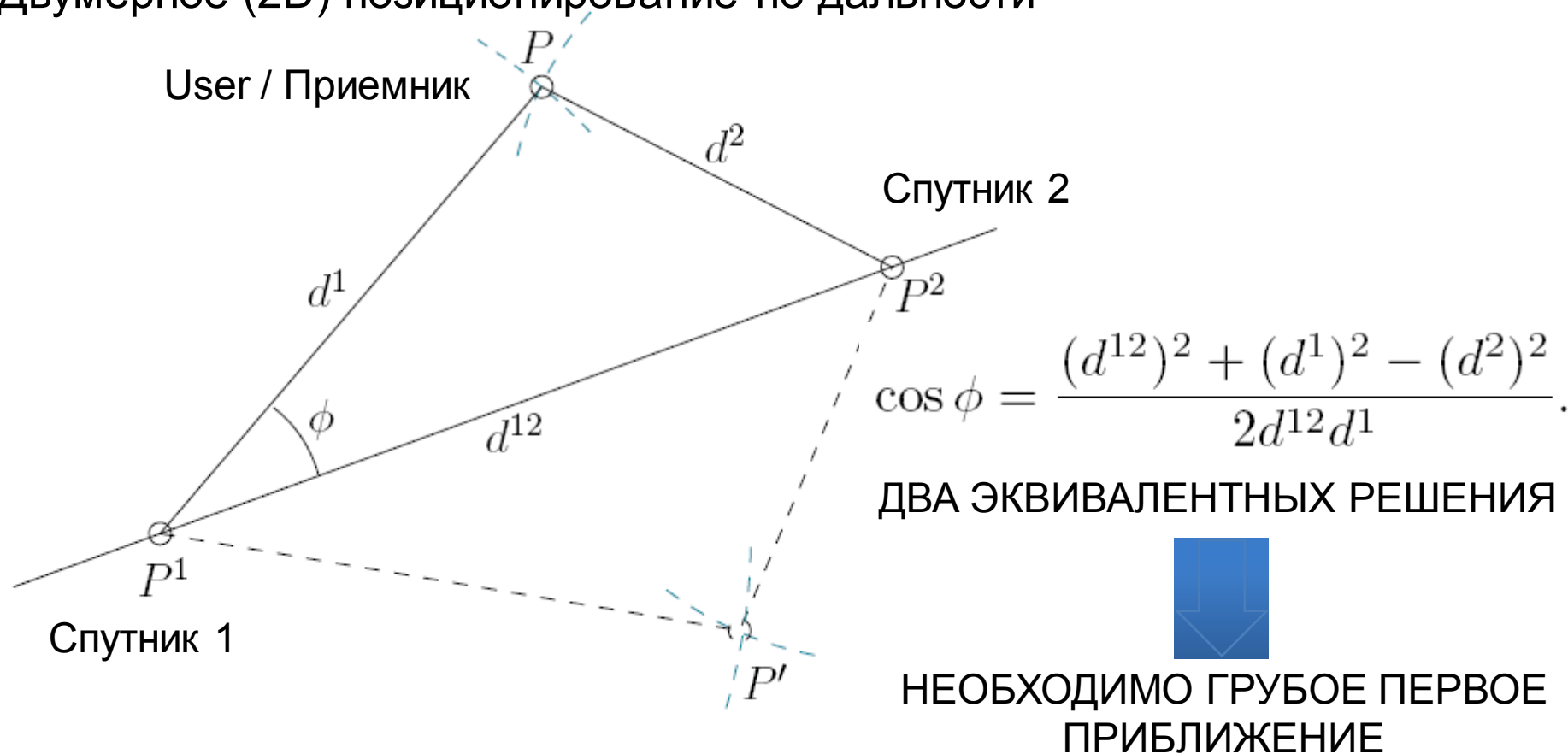
$$\begin{aligned}\hat{\rho} &= \lambda_1 N_1 + \lambda_2 N_2 + \dots + \lambda_n (N_n + \Phi_n) \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i [\nu_{i-1} \Phi_{i-1}] + \lambda_n \Phi_n.\end{aligned}$$



# Геометрия позиционирования - Трилатерация

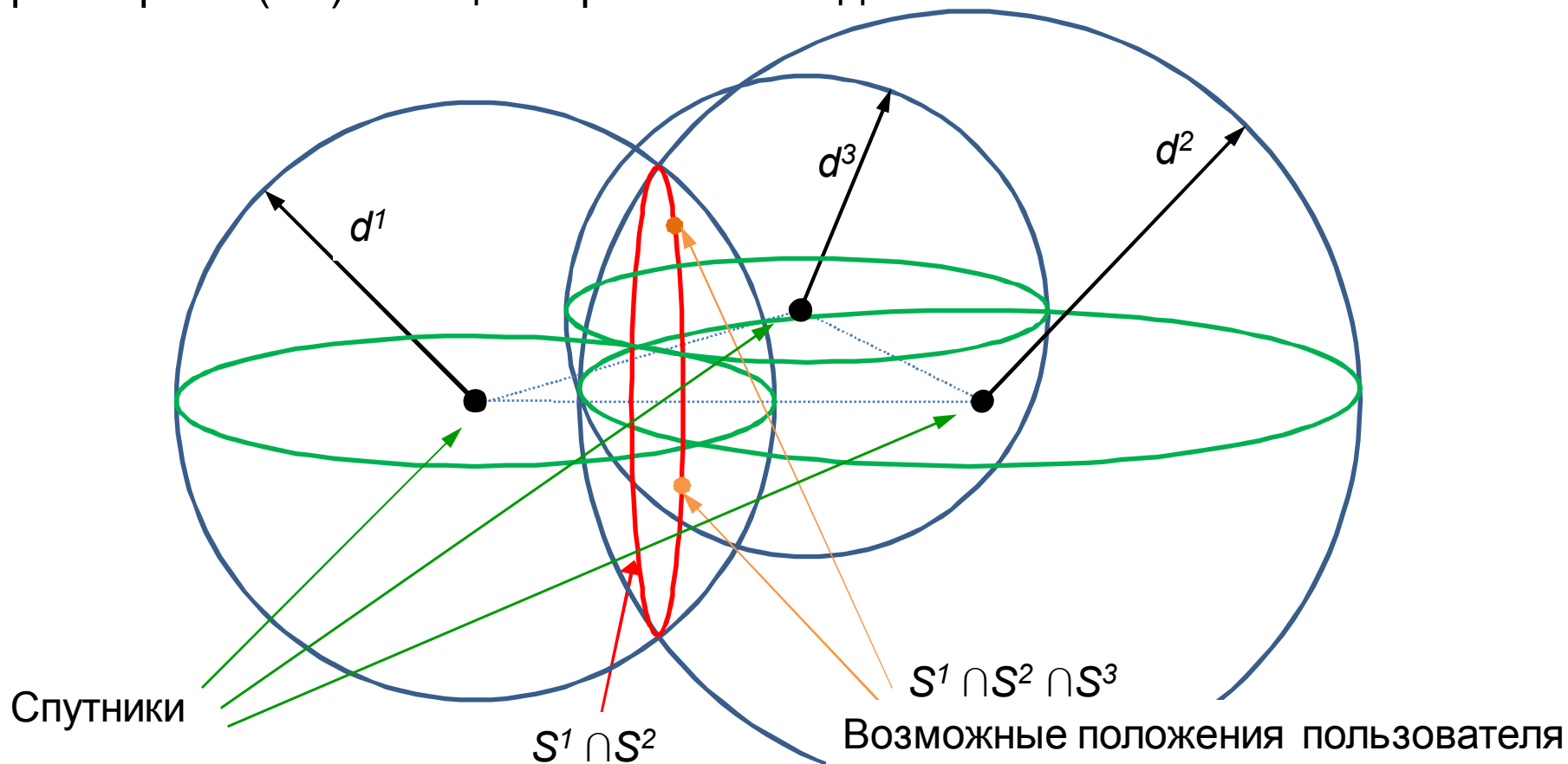
Трилатерация - метод определения опорных геодезических пунктов, заключающийся в построении на местности сети последовательно связанных между собой треугольников и измерении в каждом из них всех трёх сторон.

Двумерное (2D) позиционирование по дальности



# Геометрия позиционирования - Трилатерация

Трёхмерное (3D) позиционирование по дальности



$$\|\vec{r} - \vec{r}^k\|^2 := (x - x^k)^2 + (y - y^k)^2 + (z - z^k)^2 = (c\tau^k)^2.$$

$\tau^k$  – РЕЗУЛЬТАТ ИЗМЕРЕНИЙ

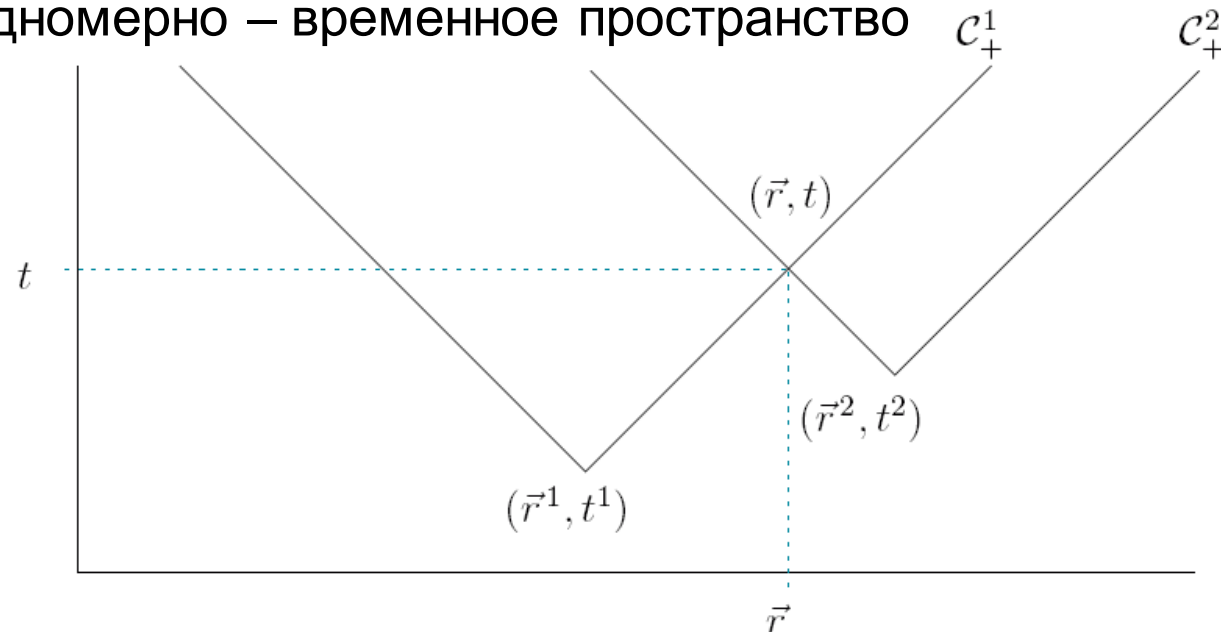


# Геометрия позиционирования – «Квадрилатерация»

Вычисление дальности по сигналам  
(Ranging with signals)

Рассмотрим сигнал, излучаемый в момент  $t^k$  из места  $r^k$  ( $k = 1, 2$ )  
Световой конус  $\|\vec{r} - \vec{r}^k\|^2 - c^2(t - t^k)^2 = 0$ . - ГМТ фронта волны  
 $t$  – ПЕРЕМЕННАЯ!

Пример: (1-1) одномерно – временное пространство

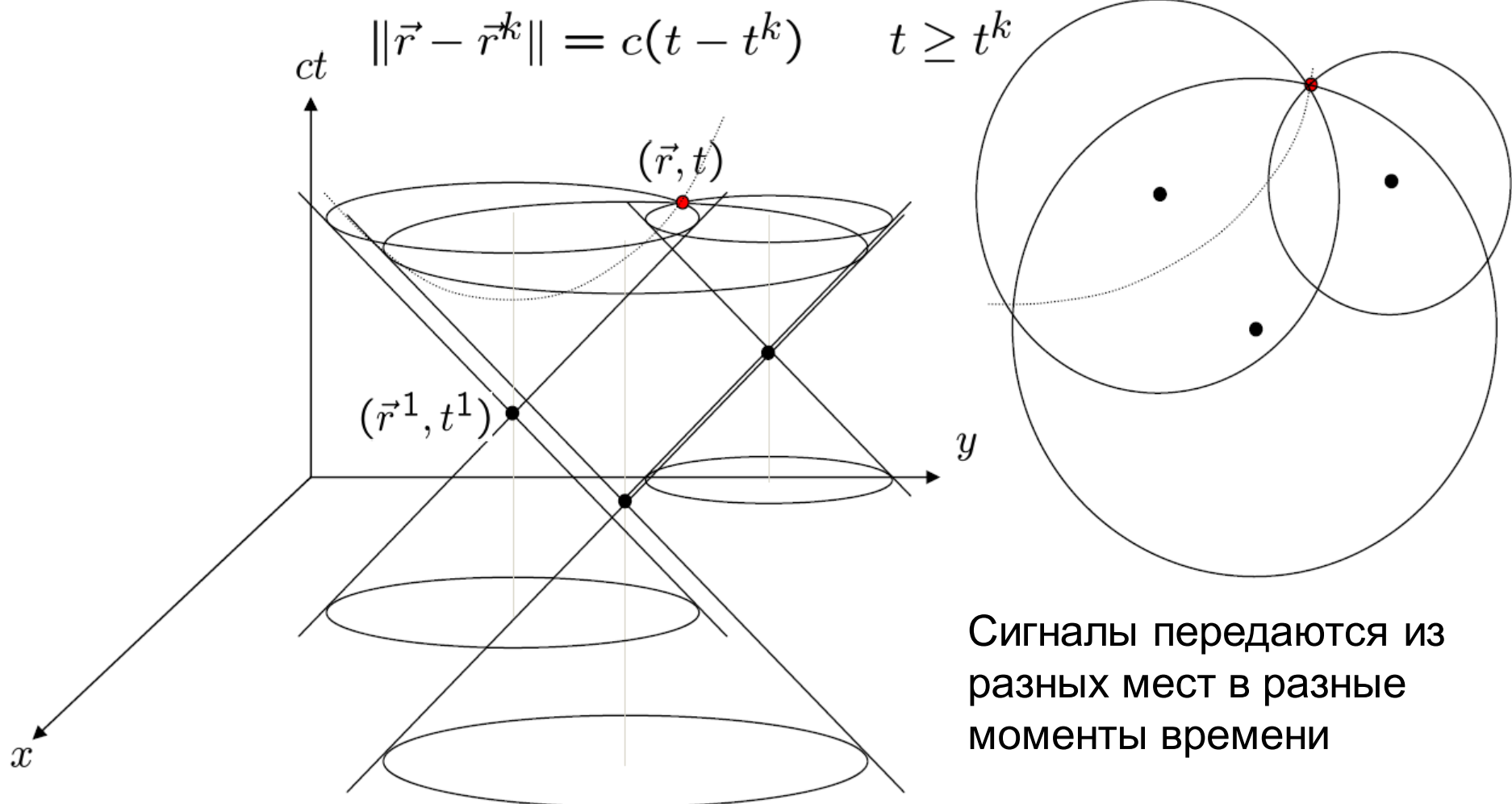


$$C_+^k = \{(\vec{r}, t) | t \geq t^k \text{ and } \|\vec{r} - \vec{r}^k\|^2 - c^2(t - t^k)^2 = 0\}$$



# Геометрия позиционирования – «Квадрилатерация»

Пример: (2-1) двумерно – временное пространство





# Геометрия позиционирования – «Квадрилатерация»

Пример: (2-1) двумерно – временное пространство

Действительно: положение приемника – пересечение 3-х множ.  $C_+^1 \cap C_+^2 \cap C_+^3$   
Для простоты сделаем предположения:  $\vec{r}^1 = \vec{0}$ ,  $t^1 = 0$ ;  $\vec{r}^2 = (0, y')$ ,  $t^2 = t'$ .

Описание конусов  $C_+^1$  :  $x^2 + y^2 = (ct)^2$ ,  $t \geq 0$   
 $C_+^2$  :  $x^2 + (y - y')^2 = c^2(t - t')^2$ .

Вычитание двух выражений приведет к условию:

$$y = \frac{y'}{2} + \frac{ct'}{y'} \left( ct - \frac{ct'}{2} \right) = \alpha + \beta ct.$$

т.е. уравнению плоскости  $C_+^1 \cap C_+^2 \subset \{(x, y, t) | y = \alpha + \beta ct\}$ .

$$\beta = \frac{ct'}{y'}, \quad \alpha = \frac{y'}{2}(1 - \beta^2).$$

Пересечение плоскости с конусами – гипербола.

Гипербола пересечет третий конус и положение будет найдено

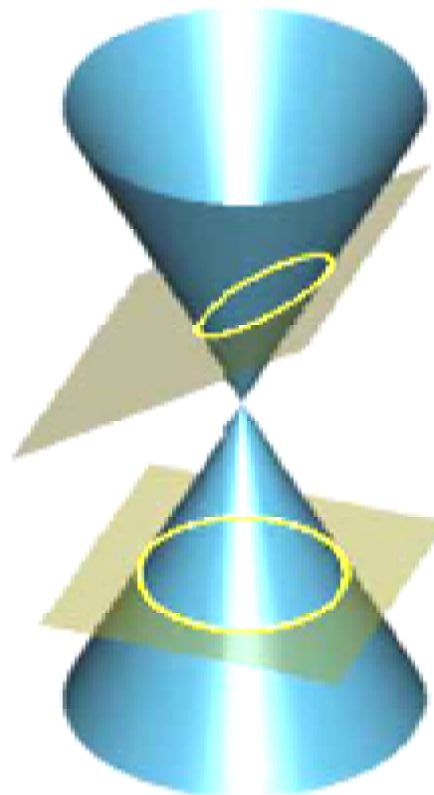
Это решение будет единственным, если третий спутник не коллинеарный.



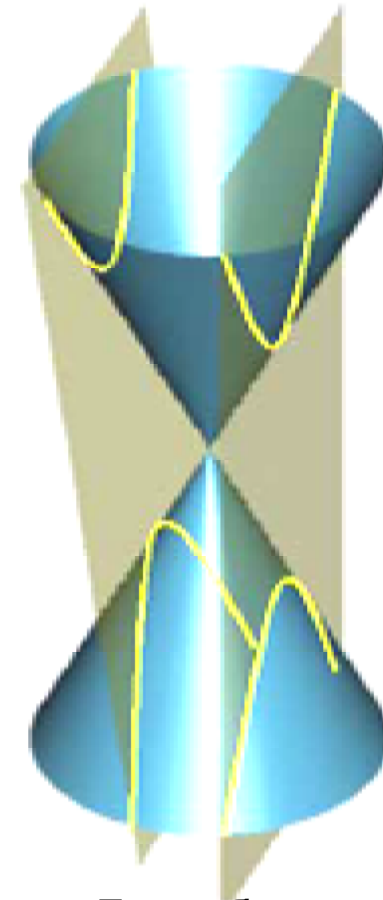
# Пересечение конуса



Парабола



Эллипс или круг



Гипербола



# Геометрия позиционирования - Псевдорасстояние

Вычисление дальности  
(Range equation)  $\|\vec{r} - \vec{r}^k\| = c(t - t^k)$

Вычисление псевдорасстояний  
(Pseudorange equation)

$$\rho^k = c(t' - t'^k) + \eta^k = \|\vec{r} - \vec{r}^k\| - c(t' - t - (t'^k - t^k)) + \eta^k$$

смещение часов приемника  $\delta_r$ 
смещение часов спутника  $\delta^k$  по системному времени

$t$  Время приема сигнала приемником, измеренное по системным часам;

$t'$  Время приема сигнала приемником, измеренное по часам приемника;

$t^k$  Время передачи сигнала передатчиком, измеренное по системным часам;

$t'^k$  Время передачи сигнала передатчиком, измеренное по часам спутника;

$\vec{r}$  Положение приемника в момент приема сигнала;

$\vec{r}^k$  Положение спутника в момент передачи сигнала.



# Сигнал GPS: частоты

---

GPS спутники транслируют сигналы на *двух несущих частотах* (carrier), которые получены из фундаментальной частоты бортового осциллятора

**Фундаментальная частота**  $f_0 = 10,23$  МГц. Все сигналы получены из нее и поэтому когерентны.

Две несущие частоты находятся в диапазоне сверхвысоких частот (L-band от 300 до 1550 МГц) электромагнитного спектра.

L1:	$f_1 = 154 f_0 = 1575,43$ МГц	$\lambda_1 \approx 19$ см
L2:	$f_2 = 120 f_0 = 1227,60$ МГц	$\lambda_2 \approx 24$ см

Отношение частот  $f_1/f_2 = 77/60$

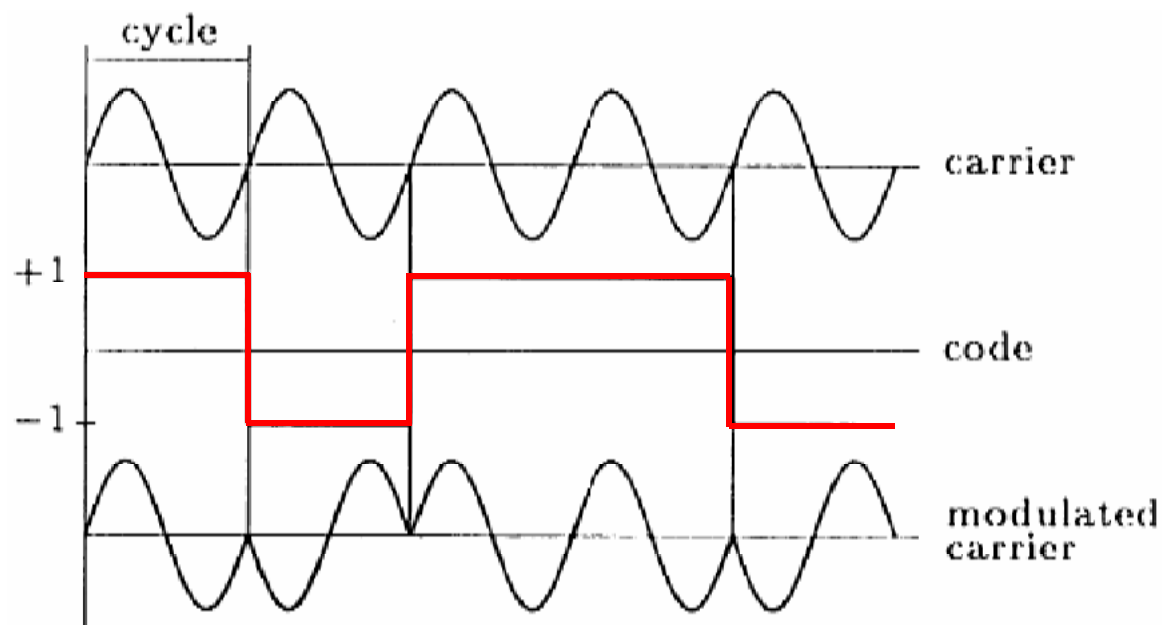
Правосторонняя круговая поляризация



# Сигнал GPS: код

Несущие частоты (carrier) методом фазовой модуляции модулируются *кодами* (codes)

Эти коды состоят из последовательности бинарных величин +1 и -1. Каждый раз, когда значение кода изменяется, фаза несущей сдвигается на 180 градусов



# Сигнал GPS: код

---

PRN-codes – (pseudo-random noise codes) – псевдослучайные последовательности бит (у каждого спутника своя последовательность), которые повторяются после определенного количества бит

Единичный бит называется **чипом** (chip).

Chipping rate или **скорость передачи элементов сигнала** определяет характер перехода чипов и является индивидуальной для каждого кода.

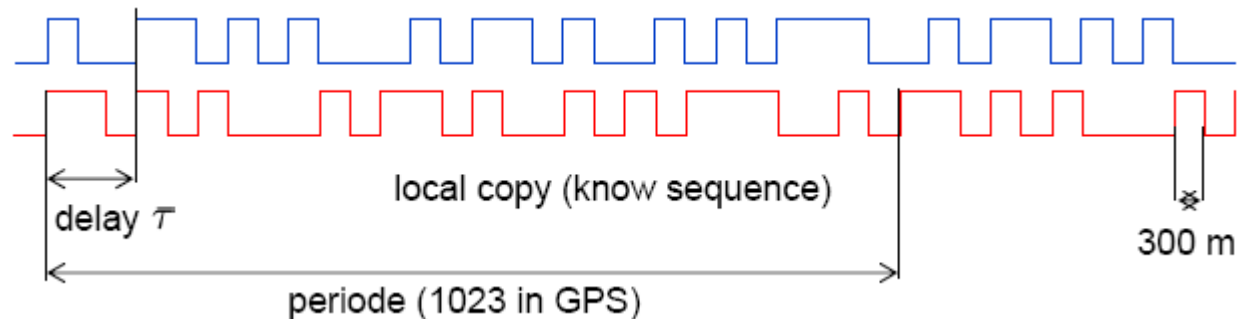
**Длина чипа** (chipping length) – время между двумя битами (перевед в длину возможен умножением на скорость света).

**Частота повторения** (repetition rate) – временной интервал после которого PRN-code повторяется



# Сигнал GPS: код

**C/A-Code (Clear Access or Coarse Acquisition)** – код свободного доступа модулируется только на L1 частоте. Частота 1,023 МГц, скорость передачи поэтому 1,023 Мб/с. Код состоит из примерно 1000 битов. Длина чипа 293 м.



**P-Code (Protected or Precise)** – модулируется на обеих частотах. Частота в 10 раз больше чем у C/A-code, т.е. 10,23 МГц. Скорость передачи 10,23 Мб/с. Длина чипа 29,3 м.

Навигационное сообщение (navigational message) модулируется на обеих частотах. Передается с частотой 50 Гц (т.е. 50 б/с). Повторяется через 30 с.



# RINEX Observation File

---

RINEX (Receiver Independent Exchange Format) файл наблюдений содержит следующую информацию.

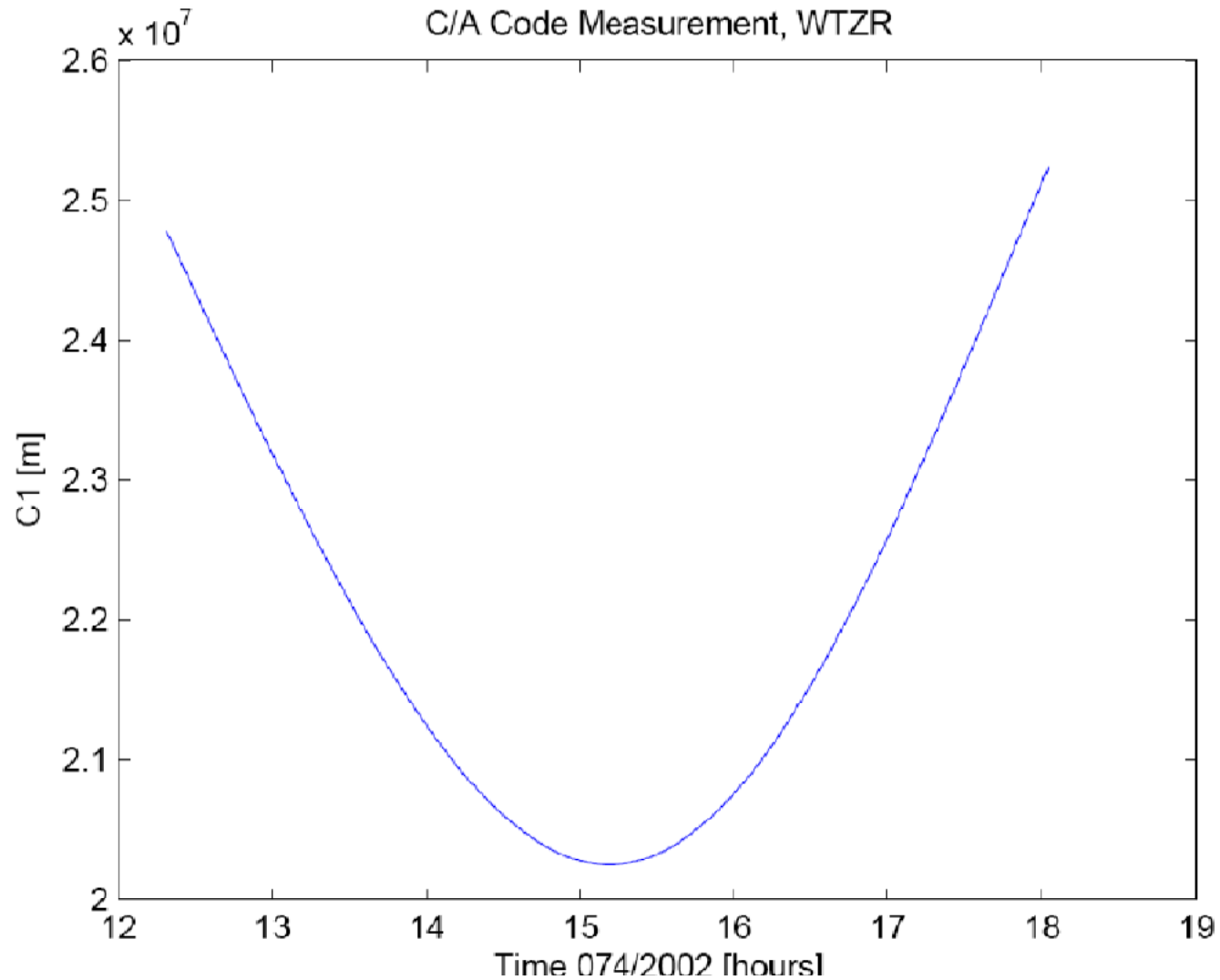
- *C/A code* псевдорасстояния на первой частоте  $C1$  в метрах
- *P code* псевдорасстояния на двух частотах  $P1, P2$ , в метрах
- *Измерения фазы на двух частотах,  $L1, L2$ , в циклах*
- *Доплеровские измерения на двух частотах,  $D1, D2$*
- *Отношение шум-сигнал на двух частотах:  $S1, S2$ .*

*Описание RINEX формата (Текущая версия 3.0) есть по адресу <ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/data/format/>*

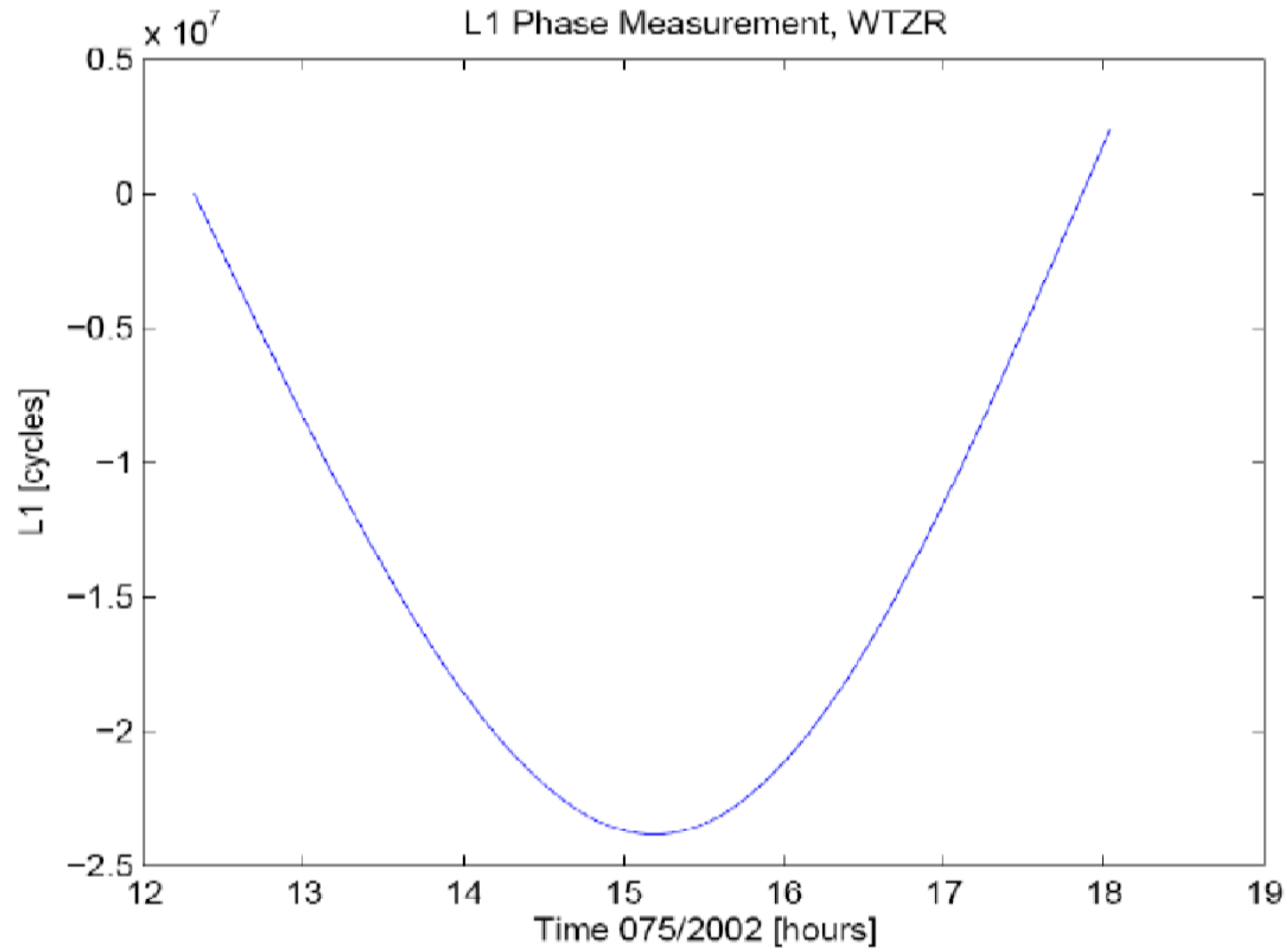




# RINEX Observation File



# RINEX Observation File



# RINEX Observation File

---

The figure shows the *phase observations* on the first frequency L1 of the same satellite PRN31 for the same time interval, registered by the receiver WTZR (Wetzell) as extracted from the RINEX file.

Units on the y-axis are cycles. Multiplication with the wavelength of about 0.19 m gives meters.

The origin on the y-axis is arbitrary due to the initial phase ambiguity. The considered receiver sets the phase ambiguity to zero. The first observation is thus close to zero. Other receivers use the pseudorange to obtain a coarse estimate for the initial phase ambiguity.

For the considered satellite no cycle slip appears in the observation time interval. A cycle slip would be visible as a jump of the curve in y-direction by an arbitrary integer number of cycles.



# Уравнения наблюдений

**Уравнения наблюдений фазы** (phase observation equation), включая ошибки часов, атмосферные задержки и ошибки измерений, для двух несущих частот:

$$L_{1r}^s = \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s + T_r^s - I_r^s + \lambda_1(N_{1A}^j - \alpha_1^j + \alpha_{1A}) + \varepsilon_{1r}^s$$

$$L_{2r}^s = \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s + T_r^s - \frac{f_1^2}{f_2^2} I_r^s + \lambda_2(N_{2A}^j - \alpha_2^j + \alpha_{2A}) + \varepsilon_{2r}^s$$

**Уравнения наблюдений псевдорасстояний** (pseudorange observation equation), включая ошибки часов, атмосферные задержки и ошибки измерений, для двух несущих частот:

$$P_{1r}^s = \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s + cb_{1r} - cb_1^s + T_r^s + I_r^s + E_{1r}^s$$

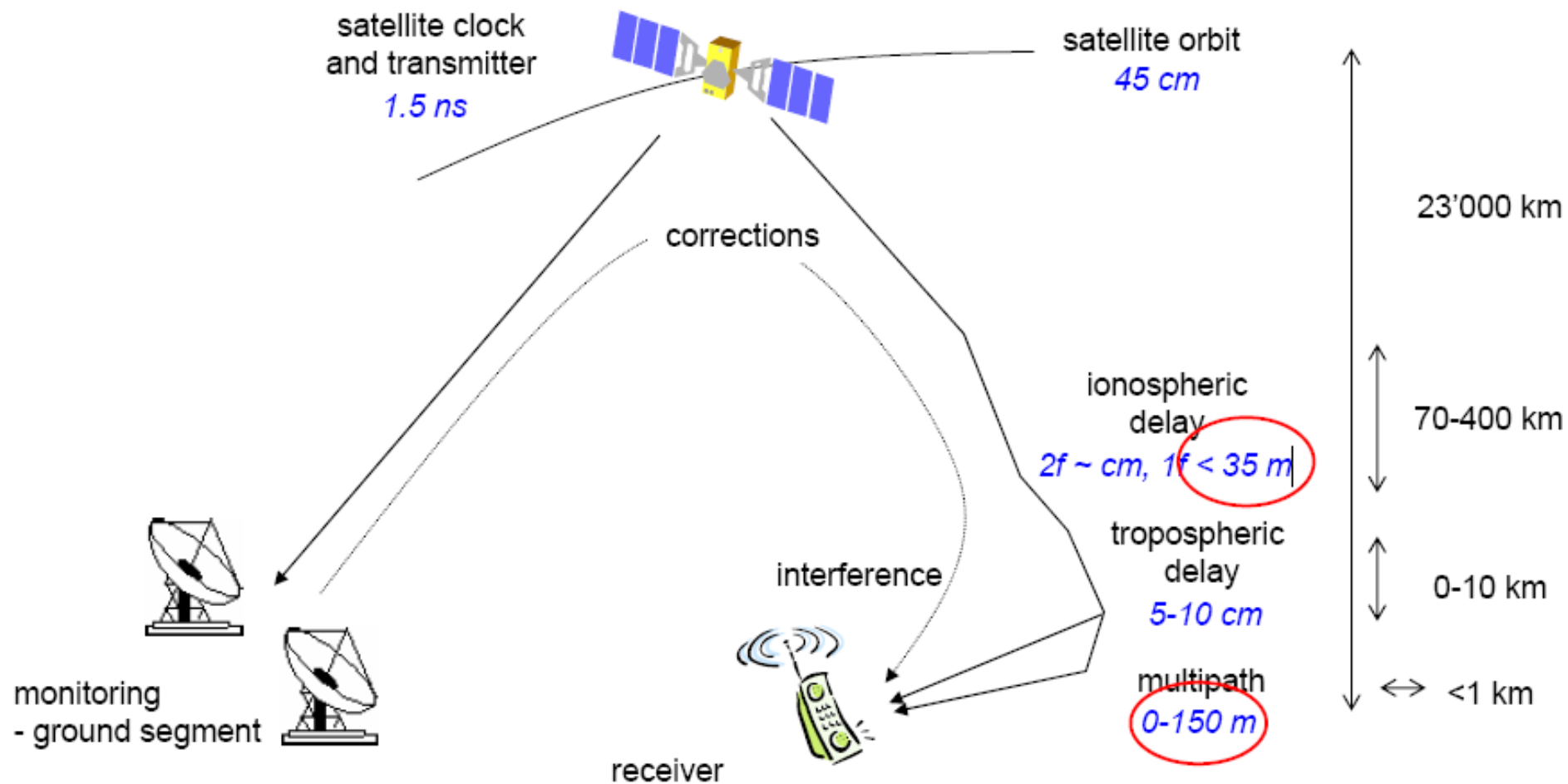
$$P_{2r}^s = \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s + cb_{2r} - cb_2^s + T_r^s + \frac{f_1^2}{f_2^2} I_r^s + E_{2r}^s$$

Примечательны: 1. разные знаки ионосферной компоненты (увеличение фазы, но запаздывание для псевдорасстояний)

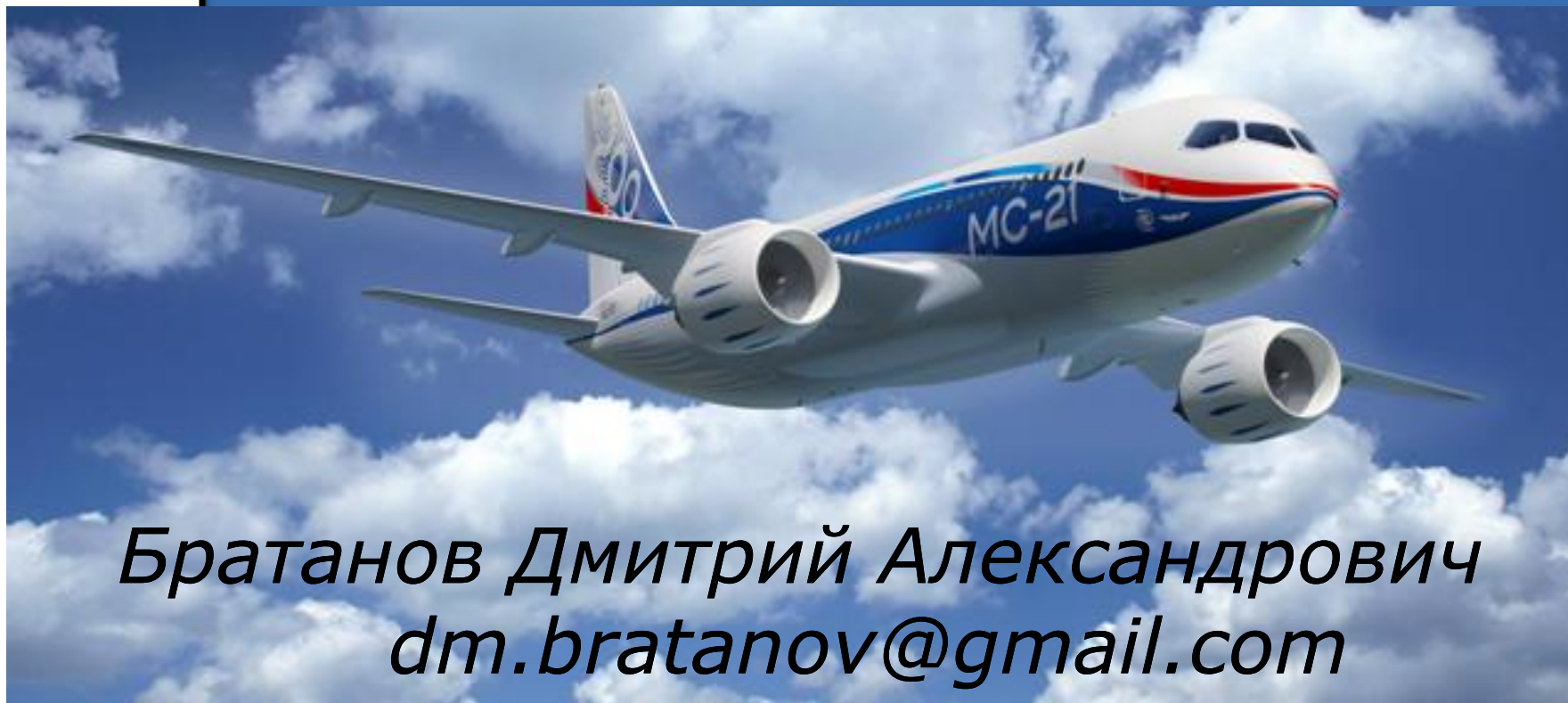
2. Геометрия, коррекции часов и тропосферы одинаковы во всех уравнениях



# Факторы ошибок GPS



# Визуально-пилотажные приборы ПНК



*Братанов Дмитрий Александрович*  
*[dm.bratanov@gmail.com](mailto:dm.bratanov@gmail.com)*

